QE SQUARE

QE スクエア

本欄は「会員の声」と同様，個人意見の主張の場であり，営利目的や誹謗(ひぼう)等を除き，会員が自由に主張や意見を述べるためのスペースである。

● 統計，確率，尤度，ベイズの定理

コマツ　細井光夫

1. はじめに

品質工学は「統計ではない」と言われることがあるが，統計から出発し，その非効率を克服することで，統計の枠を超えて進化してきた。統計は形を変え品質工学の中に生きており，近年注目されているAIの中にも生きている。

本稿では第3版実験計画法[1)]からの引用を『二重鍵括弧と下線』で示して統計を振り返り，品質工学やAIとのつながりを考えたい。

2. 確率論と統計論

文献1）の994ページに確率と統計の関係についての記述がある。

確率論は，『事象に関する前提』から『どういう事象はどの程度起こりやすいか』の予測を与える。一方，統計論は，『どういう事象が起こったというデータ』から『事象の生起する確率はどうか』を問題にする。言うまでもなく，統計論における推定の基礎を与えるのが確率論における予測である。

3. 確率と尤度

つづく995ページに『統計論の基礎は，イギリスのFisherによってつくられたものといってよい．その中での最も重要な考え方は，**尤度（イウド）またはらしさ，という概念である**』とある。

確率pで起こる事象が，試行n回中r回起こる確率$P(n,r,p)$は，次に示す二項分布になる。

$$P(n,r,p)=\binom{n}{r}p^r(1-p)^{n-r}$$

この式を，事象の回数rの関数$P(r;\,n,\,p)$と考えると確率になり，確率の総和は1になる。

$$\sum_{r=0}^{n}P(r;\,n,p)=\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}p^r(1-p)^{n-r}=1$$

同じ式を確率pの関数とし，「確率がpである尤度（らしさ）が$P(p;\,n,r)$に比例する」と前提するのが『**尤度に対するFisherの原理**』である。

さて，ベイズ主義に対してオーソドックスな頻度主義においては，「事象が起こる確率pの真値は観測結果の影響を受けない」から，関数$P(p;\,n,r)$を「確率がpであることの確率」と考えてはいけないとする。確率ではない関数$P(p;\,n,r)$を積分しても1にならないのは当然である。

$$\int_0^1 P(p;\,n,r)\,dp<1\quad(\text{ただし } n\geq 1)$$

$$\because P(p;\,n,r)=\binom{n}{r}p^r(1-p)^{n-r}<1\quad(0<p<1)$$

つづく996ページに『尤度は，知識が不十分のもとでの**相互比較のみに利用すべきであるのに，Fisherはそれを確率的に計算しようとしたところに大きな問題があった**。著者は，尤度比のみで，らしい範囲とらしくない範囲を決める検討や信頼限界の方が，いわゆる数理統計学の立場に立っている場合でさえも望ましいと思っている』とある。

それについては節の冒頭（994ページ）に『F検定は，Fisherによって導かれたものである．それは決して分散比として導かれたものではなく，尤度比検定として導かれたものである．尤度比検定からF検定を導くための最短距離の説明が本節の目的である．著者としては，分散の比として，F値を考えているので，本節の立場をとっているわけではない．分散比はもっと広く成り立つ概念である』としている。

いずれにしても，確率の予測を統計で使うために尤度という概念が必要になった。引用にあるように著者である田口は『尤度比』よりも『分散比』を推しており，品質工学のSN比につながっていく。

4. ベイズの定理

文献1）の552ページに興味深い記述がある。